平成十年一月一日発行（毎月一日一回発行）

經濟論叢

第161巻　第1号

野澤正徳教授記念號

平成10年1月

京都大學經濟學會

経済論叢（京都大学）第161巻第1号，1998年1月

外生性の実践的検定手法

——日本の金融時系列を用いて——

井　口　泰　秀
宮　崎　憲　治

I　は　じ　め　に

本稿はルーカス批判（Lucas〔12〕）以降，Engle, Hendry and Richard〔5〕によって再定義された外生性の検定を，日本の金融データを用いて実証することである。

まずルーカス批判とはどういうものかを簡単に解説する。経済理論において変数は外生変数と内生変数に分けられる。この違いは，現在主流の経済学では，最適行動（効用最大化，利潤最大化等）をとる経済主体(家計，企業等）が決定可能な変数を内生変数と呼び，その決定の際に影響を与えるが経済主体が決定不能の変数を外生変数と呼ぶ。内生変数の例としては消費水準が，外生変数の例としては政府支出が考えられる。さて，時点tでの内生変数をy_t，外生変数をx_tとする。それぞれ，次のような関数によって表されているものとする。

$$y_t=F(y_{t-1},\ x_t,\ \theta,\ \eta_t)$$

$$x_t=G(y_{t-1},\ x_{t-1},\ \lambda,\ \xi_t)$$

それぞれの関数F, Gはパラメータθ, λと確率変数η_t, ξ_tによってあらわされている。ルーカス批判の本質は，従来の同時方程式モデルでλの変数を変更したときでもθを固定して政策分析等を行ってきたが，λの変更に応じてθの変更の可能性を指摘したものである。

ルーカスにしたがって具体例を挙げる。いま，

$$y_t = \gamma E(x_{t+1}|I_t) + \eta_t \tag{1}$$

$$x_t = \lambda x_{t-1} + \xi_t$$

という関係が経済理論から導き出されているとする。I_t は時点 t で経済主体が利用可能な情報集合で，$E(x_{t+1}|I_t)$ はそれをもとにした x_{t+1} の予測である。この予測値と誤差項 η_t とパラメータ γ によって y_t が決定している。ここで γ は構造パラメータもしくは deeper パラメータと呼ばれる。最初に挙げた式の形にモデルを解くと，$I_t = x_t$ として $E(x_{t+1}|I_t) = \lambda x_t$ となるから，(1)は

$$y_t = \theta x_t + \eta_t$$

となる。ここで $\theta = \gamma\lambda$ となっている。λ を変更して x_t が別の経路をたどったときに y_t がどうなるかといった政策シミュレーションをおこなうとき，従来の同時方程式モデルではこの θ を固定して政策分析をおこなっていたことをルーカスは批判しているのである。

このルーカス批判以降，理論経済学者は実証分析で計量経済学は使えないと断じたり，計量経済学者は同時方程式モデルでなく係数が確率過程に従うモデルの利用や構造パラメータの（GMM 等による）直接推定を試みたりした。また，一部の計量経済学者は経済理論を先験的に考えない VAR 等を用いた時系列分析に特化しようとした。そうした中，経済理論を検定対象に入れることを標榜する LSE 学派の代表的な計量経済学者たち（Engle, Hendry and Richard〔5〕）によって外生性が定義し直された。またその定義に基づく外生性の検定方法もいくつかの論文で提案された。ルーカス批判が回避できるかどうかも外生性の定義の一部（超外生性）となり，検定対象となった。さらに，以前はしばしばグレンジャー因果性と外生性が混同されてきたが，彼らの定義（強外生性）によってその区別が明白となった。

つい最近，Banerjee and Hendry〔3〕が出版された。この本はルーカス批判を回避するための条件等点に留意した実証論文を集めた本である。こうした経済データの特性を重視して政策分析をすることは経済理論と整合的な政策提言と同様に重要であり，日本でも盛んになると思われる。

この論文の目的はこうした外生性に関する検定を日本の金融データで実証していくことである。こうした外生性の検定手法については日本語ではあまり紹介されていない。LSE 学派に好意的な蓑谷〔14〕の教科書にもこのことは書かれていない。また，日本経済の実証研究においても，特に超外生性に関する検定はあまりされていない。この点を鑑みると，こうした論文を書くことは十分意義があることと考えられる。

本論の構成は以下の通りである。第 2 節で LSE 学派による外生性の定義およびその検定方法を，線形モデルに限って説明する。第 3 節ではこうした手法を日本の金融データで実証していく。そして第 4 節で結論を述べる。

II　外生性の検定

単純化のため x_t, y_t の2種類の変数を考える。これをベクトルに拡張することは容易である。これらの変数は基本的に $I(0)$ もしくはトレンド定常 (TS) を考える。$I(1)$ もしくは階差定常 (DS) の場合についてはこの節の最後で触れる。(TS および DS に関する説明は Hatanaka〔9〕を参照せよ。)さらに $I_{t-1}=\{\{y_{t-k}\}_{k=1}^{p}, \{x_{t-k}\}_{k=1}^{p}\}$ とする。これは時点 $t-1$ までに得られる情報集合である。理論的には $p=\infty$ であるが，p は有限な正の整数であると仮定する。この 2 変数の確率密度関数 (probability density function, p. d. f) は I_{t-1} とパラメータ θ で表されるとする。これを $D(y_t, x_t|I_{t-1}\,;\,\theta)$ と表記する。しばしば x_t, y_t の DGP (Data Generating Process) が $D(y_t, x_t|I_{t-1}\,;\,\theta)$ によって生成されるという。この確率密度関数 D を

$$D(y_t, x_t|I_{t-1}\,;\,\theta)=D_1(y_t|x_t, I_{t-1}\,;\,\lambda_1(\theta))D_2(x_t|I_{t-1}\,;\,\lambda_2(\theta)) \qquad (2)$$

に分解する。ここで D_1 は x_t を与えたときの y_t の条件付き (conditional) 確率密度関数で，D_2 は x_t の周辺 (marginal) 密度関数である。D_1 によって構成されるモデルを x_t を与えたときの y_t の条件付きモデルと呼び，D_2 によって構成されるモデルを x_t の周辺モデルと呼ぶ。D_1 および D_2 のパラメータ $\lambda(\theta)=(\lambda_1(\theta), \lambda_2(\theta))$ は θ と一対一対応になっている。つまり逆に λ から θ を導く関

数が存在する。

話を線形モデルに限る。x_t, y_t の DGP 次の VAR モデルによって記述されるとする。

$$y_t=a_y+\sum_{k=1}^{p}c_{1k}y_{t-k}+\sum_{k=1}^{p}c_{2k}x_{t-k}+\epsilon_{1t}$$

$$x_t=a_x+\sum_{k=1}^{p}d_{1k}y_{t-k}+\sum_{k=1}^{p}d_{2k}x_{t-k}+\epsilon_{2t}$$

$$\begin{bmatrix}\epsilon_{1t}\\ \epsilon_{2t}\end{bmatrix}\sim IN\left(\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\omega_{11} & \omega_{12}\\ \omega_{12} & \omega_{22}\end{bmatrix}\right)$$

さきほどの θ にあたるのが

$$(a_x,\ a_y,\ \{c_{1k},\ c_{2k},\ d_{1k},\ d_{2k}\}_{k=1}^{p},\ \omega_{11},\ \omega_{12},\ \omega_{22})$$

である。x_t を与えたときの y_t の条件付きモデルは

$$y_t=\mu_y+\beta x_t+\sum_{k=1}^{p}\gamma_{1k}y_{t-k}+\sum_{k=1}^{p}\gamma_{2k}x_{t-k}+\eta_t \qquad (3)$$

とあらわせる。ここで η_t は系列相関の無い誤差項で，平均ゼロ分散 σ^2 の正規分布に従う。λ_1 にあたるパラメータは $(\beta,\ \mu_y,\ \{\gamma_{1k},\ \gamma_{2k}\}^{p}_{k=1},\ \sigma^2)$ であり，λ_2 にあたるパラメータは $(a_x,\ \{d_{1k},\ d_{2k}\}^{p}_{k=1},\ \omega_{22})$ である。λ_1 を θ の関数であらわすと

$$\left(\frac{\omega_{12}}{\omega_{22}},\ a_y-\frac{\omega_{12}}{\omega_{22}}a_x,\ \left\{c_{1k}-\frac{\omega_{12}}{\omega_{22}}d_{1k},\ c_{2k}-\frac{\omega_{12}}{\omega_{22}}d_{2k}\right\}_{k=1}^{p},\ \omega_{11}-\frac{\omega^2{}_{12}}{\omega_{22}}\right)$$

となる。これより λ_2 がどうなっているかがわかったところで λ_1 のとりうる範囲に何ら影響を与えないことがわかる。この性質はすぐに利用する。

昔の計量モデルはしばしば式(3)のようなモデルを作り，これに関して推定や検定を行っている。このとき暗黙のうちに x が y の外生変数であると考えられてモデルが作られている。こうした外生変数の前提を検定対象にしようとするために Engle, Hendry and Richard〔5〕が外生性を，**弱外生**，**強外生**，**超外生**と分類し，定義し直した。ここでそれらの定義と直感的意味を重視した説明と具体的な検定手法を紹介する。その前に若干注意を挙げておく。彼らの意味の外生性では「x_t は y_t の（弱，強，超）外生変数である」という言い方

は不正確な言い方である。しばしばこういう使われ方をするが，「x_t は，x_t を与えたときの y_t の条件付きモデルにおいて，x_t の係数 β に対して（弱，強，超）外生的である」もしくは，『x_t は β に対して（弱，強，超）外生的である』というのが正確な言い方である。x_t と y_t の関係でなく，式(3)にあるパラメータが x_t に対して外生的かどうかが関心事なのである。こうした係数を関心ある係数 (parameter of interest) と呼ぶ。式(3)の係数 β は x_t の係数ゆえ，関心のある係数にしばしば用いられる。

x_t は β に対して弱外生的であるとは，β は式(2)での λ_1 だけによって得られ，λ_1 と λ_2 が VF (variation free) であるということである。λ_1 と λ_2 が VF (variation free) であるということは λ_2 がどうなっているかがわかったところで λ_1 のとりうる範囲に何ら影響を与えないということである。もっと正確に言えば $\lambda_2(\theta)$ をある値に固定したときに θ の取りうる値に制約がかかるが，その制約によって $\lambda_1(\theta)$ のとりうる範囲に制約がかかることがないということである。VF (variation free) についての例を Ericsson〔6〕にしたがって説明する。$\theta=(\theta_1, \theta_2)$, $\lambda_1=\theta_1/\theta_2$, $\lambda_2=\theta_2$ とする。λ のそれぞれの取りうる範囲は $(-\infty, \infty)$ である。このとき λ_1 と λ_2 は VF (variation free) である。なぜならたとえば $\lambda_2=\theta_2=0.2$ となったとしても，λ_1 の取りうる値は $(-\infty, \infty)$ であるからである。次に先験的に $|\theta_1|\leq 1$ という制約がある場合を考える。このとき λ のそれぞれの取りうる範囲は $(-\infty, \infty)$ であるが，たとえば $\lambda_2=\theta_2=0.5$ となったとき，$|\theta_1|\leq 1$ という制約より λ_1 の取りうる値は $(-2,2)$ となり，$\lambda_2=\theta_2=0.2$ となったとき，$|\theta_1|\leq 1$ という制約より λ_1 の取りうる値は $(-5, 5)$ となる。ゆえにこの場合は λ_1 と λ_2 は VF (variation free) でない。

さて，x_t は β に対して弱外生的であるためのの条件が成立すれば，$\Pi_{t=1}^{T} D(y_t, x_t|I_{t-1}; \theta)$ による β の FIML 推定量と $\Pi_{t=1}^{T} D_1(y_t|x_t, I_{t-1}; \lambda_1(\theta))$ による β の LIML 推定量がその分散を含めて等しくなる。このことは y_t の条件付きモデルのみを使って推定しても β の推定に関しては，十分効率的であるいうことである。つまり x_t の周辺モデルの情報を使う必要がないという意味

である。昔の計量モデルで，x_t を外生変数であると（経済理論からの導出により）仮定して係数推定することに関して，一種の正当性を与えるものである。

(3)の β に関しては DGP が上記の線形 VAR で記述されているなら，VF (variation free) は成立しており，β は λ_1 の一部であるからモデルの定式化の誤りがない限り弱外生は常に成立している。それだけでなく実は条件モデルに含まれるすべてのパラメータに対して弱外生的である。この場合の弱外生の検定は真のモデルがそうなっているどうかを確かめるものとなる。

今度は DGP をより一般的に次のように考える。

$$y_t=\mu_{yt}+\beta(\lambda_{2t})x_t+\sum_{k=1}^{p}\gamma_{1k}y_{t-k}+\sum_{k=1}^{p}\gamma_{2k}x_{t-k}+\xi_{1t} \tag{4}$$

$$x_t=\mu_{xt}+\sum_{k=1}^{p}\delta_{1k}y_{t-k}+\sum_{k=1}^{p}\delta_{2k}x_{t-k}+\xi_{2t} \tag{5}$$

$$\begin{bmatrix}\xi_{1t}\\ \xi_{2t}\end{bmatrix}\sim IN\left(\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\sigma_{11} & \sigma_{12}\\ \sigma_{12} & \sigma_{22}\end{bmatrix}\right)$$

$$\lambda_{2t}=(\mu_{xt},\ \{\delta_{1k},\ \delta_{2k}\}_{k=1}^{p},\ \sigma_{22})$$

つまり，定数項が時間に応じてシフトする可能性があり，係数 β が λ_{2t} の関数になっている場合を考える。なお λ_t は時間に応じて変化するが確率的でない。このときの誘導系は

$$y_t=(\mu_{yt}+\beta(\lambda_{2t})\mu_{xt})+\sum_{k=1}^{p}(\gamma_{1k}+\beta(\lambda_{2t})\delta_{1k})y_{t-k}$$
$$+\sum_{k=1}^{p}(\gamma_{2k}+\beta(\lambda_{2t})\delta_{2k})x_{t-k}+\eta_t$$

$$x_t=a_{xt}+\sum_{k=1}^{p}\delta_{1k}y_{t-k}+\sum_{k=1}^{p}\delta_{2k}x_{t-k}+\xi_{2t}$$

$$\begin{bmatrix}\eta_t\\ \xi_{2t}\end{bmatrix}\sim IN\left(\begin{bmatrix}0\\0\end{bmatrix},\begin{bmatrix}\sigma_{11}+2\beta(\lambda_{2t})\sigma_{12}+\beta(\lambda_{2t})^2\sigma_{22} & \sigma_{12}+\beta(\lambda_{2t})\sigma_{22}\\ \sigma_{12}+\beta(\lambda_{2t})\sigma_{22} & \sigma_{22}\end{bmatrix}\right)$$

となる。この誘導系から x_t を与えたときの y_t の条件付きモデルを導くと

$$y_t=\left(\mu_{yt}-\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}}\mu_{xt}\right)+\left(\beta(\lambda_{2t})+\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}}\right)x_t$$

$$+\sum_{k=1}^{p}\left(\gamma_{1k}-\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}}\delta_{1k}\right)y_{t-k}+\sum_{k=1}^{p}\left(\gamma_{2k}-\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}}\delta_{2k}\right)x_{t-k}+\widetilde{\eta}_t$$

$$=\mu_{yt}+\beta(\lambda_{2t})x_t+\sum_{k=1}^{p}\gamma_{1k}y_{t-k}+\sum_{k=1}^{p}(\gamma_{2k}-\frac{\sigma_{12}}{\sigma_{22}}\delta_{2k})x_{t-k}+\widetilde{\eta}_t$$

となる。ただし誤差項 $\widetilde{\eta}_t$ は平均ゼロ，分散 $\sigma_{11}-\frac{\sigma^2_{12}}{\sigma_{22}}$ の正規分布である。これより，条件付きモデルがバイアスが無く推定されるためには $\sigma_{12}=0$ が必要条件である。この検定手法はいくつかあるが，まず，ξ_2 項の係数がゼロという点に注目した検定手法を示す。

Step 1　式(4)の推定式を作成する。残差に自己相関が無いようにモデルを作成する。

$$y_t=\widehat{\mu}_{yt}+\widehat{\beta}x_t+\sum_{k=1}^{p1}\widehat{\gamma}_{1k}y_{t-k}+\sum_{k=1}^{p2}\widehat{\gamma}_{2k}x_{t-k} \tag{6}$$

Step 2　式(5)の推定式を推定式を作成する。残差に自己相関が無いようにモデルを作成する。

$$\widehat{x}_t=\widehat{\mu}_{xt}+\sum_{k=1}^{p3}\widehat{\delta}_{1k}y_{t-k}+\sum_{k=1}^{p4}\widehat{\delta}_{2k}x_{t-k} \tag{7}$$

Step 3　推定式(7)の残差を ξ_t とする。

Step 4　推定式(6)に ξ_t を加え，それに関する係数が有意であるかどうかを検定する。

Step 5　有意でないときに x_t が y_t に対して弱外生的であるという仮説は棄却できないことになる。

もう一つ，もっと直接的に $\sigma_{12}=0$ を検定してもよい。まず，

$$\begin{bmatrix} y_t \\ x_t \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \widehat{\mu}_{yt} \\ \widehat{\mu}_{xt} \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} \widehat{\beta}x_t \\ 0 \end{bmatrix}+\sum_{k=1}^{p}\begin{bmatrix} \widehat{\gamma}_{1k} & \widehat{\gamma}_{2k} \\ \widehat{\delta}_{1k} & \widehat{\delta}_{2k} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} y_{t-k} \\ x_{t-k} \end{bmatrix} \tag{8}$$

を同時推定する。そしてモデルの残差ベクトルから共分散を計算して，それがゼロであるかどうかを検定すればよい。

次に強外生性について述べる。x_t は β に対して弱外生的であり，y_t が x_t に

対してグレンジャーの意味で原因でないとき，x_t は β に対して強外生的であるという。y_t が x_t に対してグレンジャーの意味で原因でないとは Engle, Hendry and Richard〔5〕によると

$$D_2(x_t|I_{t-1};\lambda_2(\theta))=D_2(x_t|\{x_{t-k}\}_{k=1}^{p};\lambda_2(\theta))$$

ということ意味する。これよりグレンジャー自身が定義した

$$E[(x_t-E(x_t|I_{t-1}))^2|I_{t-1}]=E[(x_t-E(x_t|\{x_{t-k}\}_{k=1}^{p}))^2|\{x_{t-k}\}_{k=1}^{p}]$$

が導かれるのは明白である。この式の意味することは情報集合 I_{t-1} の時の x_t に関する予測誤差の2乗の期待値(MSE)と情報集合を I_{t-1} から $\{y_{t-k}\}_{k=1}^{p}$ を取り除いた場合の x_t の MSE とが等しいことである。強外生性が成立すれば x_t の周辺モデルに関する予測は $\{y_{t-k}\}_{k=1}^{p}$ といった変数が含まれないモデルで十分であり，y_t の予測値が x_t の周辺モデルにフィードバックしないので，x_t の予測値を条件付きモデル(4)に代入して y_t の予測を行うことが可能となるのである。注意することはあくまでも予測の話で，x_t の周辺モデルの係数の変化やシフトといった構造変化に関しては何も言っていないということである。

強外生の検定手法は，弱外生性に関する手順の **Step 2** と **Step 5** を次のように改めればよい。

Step 2′ x_t の周辺モデルの推定式(7)に関して $\hat{\delta}_{1i}$ が有意であるかどうかを検定し，有意でないとき式(7)は下のように置き換わる。

$$\hat{x}_t=\hat{\mu}_{xt}+\sum_{k=1}^{p4}\hat{\delta}_{2k}x_{t-k}$$

Step 5′ 有意でないときに x_t が y_t に対してに対して強外生的であるという仮説は棄却できないことになる。

もし，x_t の周辺モデルの推定式(7)に $\{y_{t-k}\}_{k=1}^{p}$ に関する係数が含まれいるならば，変数 y から x へのフィードバックを考える必要があることを意味している。条件付きモデルと周辺モデルの同時に予測をしないと予測がおこなえず，x のみの予測を与え，それを所与にして y の予測をおこなうといったことはできない。

もう一つの強外生の検定法は推定式(8)に関して，共分散がゼロであること

と $\widehat{\alpha}_{21}^{(k)}$ がすべてゼロであることを同時に検定すればよい。

次に超外生性について述べる。x_t は β に対して弱外生的であり，式(2)での λ_2 が変化しても λ_1 が変化しないとき（もっと正確に言えば $\lambda_2(\theta)$ が変化するように，θ が変化しても，その変化によって $\lambda_1(\theta)$ が変化しないとき）x_t は β に対して超外生的であるという。これは，x_t の周辺モデルの諸パラメータを変更しても，条件付きモデル(4)の諸パラメータ，特に β は変化しない $(\beta(\lambda_{2t})=\beta)$ ということを意味している。もしこれが成立するならば，係数 β はルーカス批判を回避しており，x_t の値を変化したときの y_t がどうなるかといった，政策分析が可能となる。

式(2)での λ_2 が変化しても λ_1 が変化しないことの検定は Favero and Hendry〔8〕によれば本質的に係数安定性がいえればよいことになっている。実際的には Ericsson and Iron〔7〕にあるように次の2種類がよく使われる。

1. x_t の周辺モデルのパラメータはダミー変数等を入れない限り，構造安定とはいえず，一方，y_t の条件付きモデルのパラメータはダミー変数を含まなくても構造安定的ならば，λ_2 が変化しても λ_1 が変化しないと考えられる。(Hendry〔10〕)
2. さらに x_t の周辺モデルのパラメータがダミー変数を入れることによって構造安定的になるならば，そのダミー変数を y_t の条件付きモデルに代入して，ダミー変数に関する係数が有意でないことが示せれば，λ_2 が変化しても λ_1 が変化しないと考えられる。(Engle and Hendry〔4〕)

したがって，超外生の検定手法は，弱外生性に関する手順の **Step 1** と **Step 2** と **Step 4** と **Step 5** を次のように改めればよい。

Step 1″ 式(4)の推定式を作成する。必要ならダミー変数を入れてパラメータを一定にし，残差に自己相関が無いようにモデルを作成する。

Step 2″ 式(5)の推定式を作成する。推定式(6)に含まれないダミー変数を入れないとパラメータが一定にならないことを確認し，こうしたダミーを入れ，パラメータが一定になり，残差に自己相関が無いようにモデルを

作成する。

Step 4″ 推定式(6)に ξ_t と推定式(6)に含まれないダミー変数を加え，それに関する係数が有意であるかどうかを検定する。

Step 5″ 有意でないときに x_t が y_t に対してに対して超外生的であるという仮説は棄却できないことになる。

若干の注意を述べる。係数安定性に関する検定方法は幾つかあるが，われわれが次節の実証分析で用いたのは逐次チョウ検定である。また，ここでは x_t の周辺モデルの誤差項の分散が一定を仮定している。そうでないときの検定についてはEngle and Hendry〔4〕を参照せよ。また，超外生性がいえても強外生性がいえないとき，政策変数 x のパラメータが変更したときの，y の予測を考える場合には変数 y から x へのフィードバックを考える必要があるので，条件付きモデルと周辺モデルを同時に予測をしないと予測がおこなえない。周辺モデルのみで構造変化を伴った変数の予測をおこない，それを所与にして y の予測をおこなうには，変数 x_t が係数 β に対して強外生的で，超外生的でなければならない。

以上，変数 x_t, y_t が $I(0)$ の場合についてみてきたが，$I(1)$ の場合について，若干触れる。このとき式(3)にあたるのが

$$\Delta y_t=\mu_{yt}+\beta_1\Delta x_t+\alpha(y_{t-1}-\beta_2 x_{t-1})+\sum_{k=1}^{p}\gamma_{1k}\Delta y_{t-k}+\sum_{k=1}^{p}\gamma_{2k}\Delta x_{t-k}+\eta_t$$

という式になる。そして関心のある係数 (parameter of interest) として，β_1, β_2 がしばしば採用される。$(1, -\beta_2)$ は共和分ベクトルといわれ，長期的な経済関係を示す重要な概念である。詳しくはHatanaka〔9〕を参照せよ。

x_t は y_t（β_2 だけでなく条件モデルのすべての係数）に対して弱外生的であることを検定するには，次の手順を行う。共和分ランクが1の場合には，VARモデルECMに変換して，

$$\begin{bmatrix}\Delta y_t\\ \Delta x_t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\hat{\mu}_y\\ \hat{\mu}_x\end{bmatrix}DET_t+\begin{bmatrix}\hat{\alpha}_1\\ \hat{\alpha}_2\end{bmatrix}[1,\ -\hat{\beta}_2]\begin{bmatrix}y_{t-1}\\ x_{t-1}\end{bmatrix}+\sum_{k=1}^{p-1}\begin{bmatrix}\hat{\gamma}_{1k} & \hat{\gamma}_{2k}\\ \hat{\delta}_{1k} & \hat{\delta}_{2k}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\Delta y_{-k}\\ \Delta x_{t-k}\end{bmatrix}$$

という推定式を得る。そしてこの推定式に関して

$H_0 : \alpha_2 = 0$

を検定すればよい。詳しくは Johansen〔11〕を見よ。変数 x_t, y_t の DGP が $I(0)$ の VAR の場合にはモデルの定式化の誤りがない限り弱外生は常に成立しているが，$I(1)$ の場合については弱外生を言うためには検定が必要となる。

III　実　証　例

この節では具体的に日本の金融データを用いて，それぞれの変数の関係について網羅的に見ていく。扱うデータとして，有担保翌日物コールレート（CR），東証一部株価平均利回り（SP），卸売り物価指数前年度比率（INFW），消費者物価指数前年度比率（INFC），マネーサプライ（M_2＋CD）前年度比率（GM），鉱工業生産指数前年度比率（GIP）を考える。いくつかの変数は季節性や単位根問題を避けるために前年度比率を取った。なおこれらのデータに関しては単位根が無いことも明らかになっているが，紙面の都合により結果を省略するが，関心のある方は筆者（井口）に問い合わせてほしい。観測期間は1976年１月から1995年12月である。今回は２変数間の関係のみ扱う。

つまり従属変数を Y とし，説明変数を X とする。前節での手順に従った検定結果を表１に要約する。この表は以下の仮説を検定している。

H_1 帰無仮説が X が Y に対して弱外生的である。

H_2 帰無仮説が X が Y に対して Granger の意味で原因でない。

H_3 帰無仮説が X が Y に対して超外生的である。

強外生性は H_1 と H_2 の帰無仮説がともに棄却されないときに成立する。表での＊は有意水準５％で帰無仮説を棄却を，＊＊は有意水準１％で帰無仮説を棄却を意味する。また — は上で示した手順では検定不可能を意味する。つまり，周辺モデルのダミー変数がすべて条件モデルのダミーに含まれている場合である。

IV 結 論

この論文の目的は外生性の定義および検定手順を解説し，日本の金融データで実証していくことである。強調したいことは外生性の検定は最初におくモデルの設定（DGP）に応じて検定方法が変わってくるので，こうした定式化の誤りを検出する検定が重要となるということである。最後に注意点をいくつか指摘して本論を終える。

本稿では月次データを用いた。そのため，いくつかの推定式で分散不均一の可能性が棄却できなかった。また係数を安定させるためにダミー変数を多用した。こうした点では線形モデルとして考えず，

表1 外注性の検定

Y	X	H_1	H_2	H_3
CR	INFW	−0.12	1.55	—
CR	INFC	0.84	2.47**	—
CR	SP	2.00*	0.87	1.56
CR	GIP	−1.00	1.24	2.50
CR	GM	0.88	2.83**	1.85
INFW	CR	−0.95	3.34**	0.23
INFW	INFC	−0.15	4.63**	—
INFW	SP	−1.18	1.27	0.78
INFW	GIP	−0.44	2.75**	6.15**
INFW	GM	−1.20	2.38**	0.94
INFC	CR	−1.80*	0.99	1.85
INFC	INFW	−0.82	2.51**	—
INFC	SP	−0.71	1.12	2.48*
INFC	GIP	−0.42	1.37	0.90
INFC	GM	0.78	1.63	2.44*
SP	CR	0.82	0.88	1.88
SP	INFW	−1.01	1.11	0.74
SP	INFC	−0.73	0.91	—
SP	GIP	1.03	0.72	0.63
SP	GM	3.00**	0.87	3.31*
GIP	CR	0.66	0.87	—
GIP	INFW	1.92*	1.32	—
GIP	INFC	−0.06	2.59**	—
GIP	SP	0.58	0.83	0.20
GIP	GM	−1.13	1.51	1.99
GM	CR	−0.30	1.97*	0.21
GM	INFW	−0.47	1.23	—
GM	INFC	0.48	1.37	—
GM	SP	0.63	0.61	0.58
GM	GIP	−2.91**	1.31	5.33**

非線形モデルを考えたほうが良いのかもしれない。ただ，非線形モデルでのGranger 因果性等については宮崎〔15〕にある様に，より詳細な吟味が必要である。われわれがここで提示した手法はあくまでも線形モデルと考えていることに注意されたい。

われわれが前節の実証分析で用いたのは逐次チョウ検定である。ただ逐次チョウ検定は構造変化点がわかっているもとの実証分析である。最近構造変化点を特定化せずに係数安定性を検定をする方法が Andrews〔1〕や Andrews and Ploberger〔2〕によって提唱されている。また係数パラメータが一定を帰無仮説にランダムウォークに従うことを対立仮説にする Nyblom〔13〕検定もある。超外生性および政策分析において構造安定性の検定はこれからもますます重要になっていくことはまちがいない。

参 考 文 献

〔1〕 Andrews, D. W. K., 〔1993〕, "Tests for Parameter Instability and Structural Change with Unknown Change Point", *Econometrica*, 61, 821-856.

〔2〕 Andrews, D. W. K., and W. Ploberger, 〔1994〕, "Optimal Tests when Nuisance Parameter is Present Only under the Alternative". *Econometrica*, 62, 1383-1414.

〔3〕 Banerjee, A., and D. F. Hendry (ed.), 〔1997〕, *The Econometrics of Economic Policy*, Blackwell.

〔4〕 Engle, R. F., and D. F. Hendry, 〔1993〕, "Testing Super Exogeneity and Invariance in Regression Models". *Econometrica*, 56(2), 119-139.

〔5〕 Engle, R. F., D. F. Hendry, and J-F. Richard, 〔1983〕, "Exogeneity", *Econometrica*, 51(2), 277-304.

〔6〕 Ericsson, N. R., 〔1992〕, "Cointegration, Exogeneity and Policy Analysis", *Journal of Policy Modeling*, 14, 251-280.

〔7〕 Ericsson, N. R., and J. S. Irons, 〔1995〕, "The Lucas Critique in Practice: Theory without Measurement", in Hoover, K. D. (ed.), *Macroeconometrics: Developments, Tensions and Prospects*, Kluwer Academic Press.

〔8〕 Favero, C., and D. F. Hendry, 〔1992〕, "Testing Luccas Critique: A Review", *Econometric Reveiws*, 11, 265-306.

〔9〕 Hatanaka, M., 〔1995〕, *Time Series based Econometrics*, Oxford University

Press.

〔10〕 Hendry, D. F., 〔1988〕, "The Emcompassing Implications of Feedback versus Feedforward Mechanisms in Econometrics", *Oxford Economic Papers*, 40(1), 132-149.

〔11〕 Johansen, S., 〔1992〕, "Cointegration in Partial Systems and the Efficiency of Single-Equation Analysis", *Journal of Econometrics*, 52(3), 389-402.

〔12〕 Lucas, R. E., Jr., 〔1976〕, "Econometric Policy Evaluation: A Critique", ***The** Phillips Curve and Labor Markets, Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*, 1, 19-46.

〔13〕 Nyblom, J., 〔1989〕, "Testing the Constancy of Parameters over Time", *Journal of American Statistical Association*, 84, 223-230.

〔14〕 蓑谷千凰彦, 〔1996〕, 『計量経済学の理論と応用』, 日本評論社。

〔15〕 宮崎憲治, 〔1997〕, 日本の通貨量と所得の因果性と構造変化：マルコフスイッチングVARモデルを使って. 未公表論文。